**第3节 基于奇函数的一个常考小结论**

**内容提要**

我们知道，若为奇函数，则对定义域内的任意实数*x*恒成立，那么设，则，特别地，. 基于这一小结论命制的高考真题较为常见.

**典型例题**

【例题】已知为奇函数，，，则 .

答案：

解析：由题意，，所以，故，

即，所以.

【变式1】设函数，若，则 .

答案：

解析：设，则为奇函数，

因为，所以，故.

【变式2】（2018·新课标Ⅲ卷）已知函数，，则 .

答案：

解析：若能识别出这个部分是奇函数，那就好办了，下面先证明一下，

设，则为奇函数，

而，所以，故.

【反思】是高考比较常见的一个奇函数.

【变式3】已知函数，，则（ ）

（A） （B） （C）3 （D）4

答案：C

解析：只要发现为奇函数，以及和相反，剩下的就跟变式2一样了，

设，则

，所以是奇函数，

又，所以，因为，

所以，故.

【变式4】已知函数的最大值为*M*，最小值为*m*，则 .

答案：2

解析：观察可得的最值不好求，所以不去求最值，的分子分母有相同的部分，可以拆分，

化为，其中这个部分为奇函数，从而可以利用对称性来求，

，显然是奇函数，所以的图象关于点对称，

故的图象上的最大值和最小值的两个点*A*和*B*也关于对称，如图，由图可知.



【反思】若为奇函数，，且存在最大值*M*和最小值*m*，则.

**强化训练**

1．（★★）设为定义在**R**上的奇函数，，，则 .

答案：0

解析：为奇函数且.

2．（2022·乐山模拟·★★）设，若，则 .

答案：0

解析：为奇函数.

3．（2021·成都模拟·★★★）若函数的最大值为*M*，最小值为*m*，则 .

答案：2

解析：显然的最值不好求，所以将拆项，利用对称特性解题，

由题意，，其中为奇函数，

所以.

4．（★★★）若函数的最大值为*M*，最小值为*m*，且，则 .

答案：2

解析：将拆项，利用对称特性可求出，由题意，，

其中为奇函数，所以，故.